DENIS VERNANT ETUDE CRITIQUE

SUR LES FONDEMENTS DE LA MATHÉMATIQUE DE STANISLAW LESNIEWSKI[*]

Stanislaw Lesniewski (1886-1939) professa à Varsovie de 1919 à sa mort. Il y fonda avec Jan Lukasiewicz la fameuse école de logique dont la plupart des membres furent assassinés ou contraints à l'exil. Aujourd'hui Lesniewski reste généralement moins bien connu en France que Lukasiewicz ou même que son élève Alfred Tarski, sans doute en raison de la dispersion de ses écrits et surtout de l'absence de traduction française. Ce dernier handicap est maintenant levé avec la traduction de *O podstawach matematyki* que M. Georges Kalinowski vient de publier.[1] L'événement mérite d'autant plus d'être salué que cet ouvrage majeur du maître polonais présente la genèse de ses systèmes logiques. Le lecteur est ainsi mieux à même de saisir l'origine de sa démarche et l'originalité de ses résultats. Philosophe de formation – très marqué par la tradition aristotélicienne – Lesniewski ne s'intéressa pas immédiatement à la logique moderne. Il y vint progressivement à la faveur d'une réflexion sur les antinomies qui menaçaient les fondements des mathématiques. Plutôt que d'adopter la solution logiciste, il opéra une critique minutieuse des ambiguïtés du symbolisme logique des *Principia Mathematica* (chap. I). Préférant ensuite s'appuyer sur des intuitions de nature proprement philosophique, il développa une approche radicalement nouvelle qui, rompant avec la tradition ensembliste (chap. II & III), le conduisit à élaborer sa « Méréologie », calcul des totalités et de leurs parties (chap. IV). Enfin, il formalisa ses analyses et donna naissance à une logique qui lui est propre : l'« Ontologie » (chap. XI).[2] Outre leur intérêt intrinsèque et leur fécondité – la théorie des catégories d'Ajdukiewicz, la méthode de « déduction naturelle » de Jaskowski, la sémantique formelle de Tarski y sont déjà en germe – ses travaux présentent le rare mérite de prouver au lecteur français, imbu de culture logiciste ou formaliste, que l'on peut *penser autrement* et la logique et sa philosophie.

Suivant la démarche lesniewskienne, nous examinerons successivement :

1°– la critique qu'il opère du concept d'assertion et de la confusion entre langue et métalangue dans les *Principia*, avant de donner un aperçu de la Prothétique correspondant au calcul des propositions,

---

[*] Nous tenons ici à témoigner notre gratitude envers Georges Kalinowski qui nous fit connaître la pensée de Lesniewski, Czeslaw Lejewski qui mit à notre disposition de nombreux articles difficilement accessibles et Denis Miéville dont l'ouvrage en français qu'il consacra à notre auteur nous fut précieux.

[1] *Sur les fondements de la mathématique*, Hermès, Paris, 1989, 148 pages, Préface de Denis Miéville, Avant-propos du traducteur, notes, index des matières, index des noms.

[2] Le traducteur n'a pas retenu les chapitres originaux V à X qui développent de façon purement technique les différents systèmes. A noter que l'œuvre parut d'abord en feuilleton dans la revue *Przeglad Filozoficzny*, n°30 (1927), 31 (1928), 32 (1929), 33 (1930), 34 (1931) et qu'elle demeura inachevée.

2°– son abandon du classique concept de classe au profit d'une définition du rapport totalité/parties conduisant à sa Méréologie, calcul qui évite le paradoxe des classes,

3°– son élaboration d'un calcul des noms ou Ontologie qui tente tout aussi bien de formaliser les intuitions aristotéliciennes que l'Arithmétique et l'Analyse contemporaines.

1.LA CRITIQUE DES *PRINCIPIA MATHEMATICA*

Lesniewski découvre en 1911 la logique symbolique moderne à la lecture du livre que Lukasiewicz consacra au principe de contradiction chez Aristote.[3] Formé à la logique de Stuart Mill, à la psychologie de Brentano comme aux analyses « philosophico-grammaticales » de Husserl, il est déçu et son attitude demeure longtemps « sceptique » dans la mesure où il ne parvint pas à se « rendre compte du “sens“ des axiomes et des théorèmes » du nouveau calcul (p. 35). Récusant tout formalisme vide, il maintint une exigence principielle de signification des constructions logiques. Cet « intuitionnisme »[4] initial aura pour premier effet de le rendre particulièrement sensible à certaines ambiguïtés des *Principia Mathematica*. Ses « doutes de nature sémantique » le conduisirent à déceler dans le symbolisme des calculs élaborés par Russell et Whitehead deux insuffisances particulièrement grosses de conséquences.

1.1. L'ambiguïté interprétative du signe d'assertion

Lesniewski relève dans les *Principia* trois formulations différentes proposant une interprétation du signe « ⊢ » qui précède l'expression de tous les axiomes et théorèmes (pp. 36-37) :

1° : « Le signe “⊢”, appelé “signe d'assertion”, signifie que ce qui suit est asserté [*asserted*].[5] Il est requis pour distinguer une proposition complète que nous assertons de toute proposition subordonnée qu'elle contient et que nous n'assertons pas ».[6]

2° : « Le signe “⊢“ …peut être lu “Il est vrai que“ (bien que philosophiquement ce ne soit pas exactement ce que cela signifie) ».[7]

3° : « dans tous les endroits où, dans les *Principia Mathematica*, nous avons une proposition assertée de la forme “⊢ .*fx*“ ou “⊢ .*f p*”, celle-ci doit être tenue pour signifiant “⊢ .(*x*).*fx*“ ou “⊢ .(*p*).*fp*” ».[8]

---

[3] *O zasadzie sprzecznosci u Arystotelesa*, Krakôw, 1910, trad. ang. J.Barnes, *Articles on Aristotle*, vol. III, *Métaphysique*, St. Martin Press, 1979. A l'époque Lesniewski venait de terminer sa thèse « Przyczynek do analizy zdan egzystencjalnych » [Contribution à l'analyse des propositions existentielles] sous la direction de Kazimierz Twardowski, professeur à Lwôw. ËËË

[4] « Je me livre dans la construction de mon système à un “formalisme“ assez radical justement parce que je suis un “intuitionniste“ invétéré », Lesniewski, « Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik », *Fundamenta Mathematicae*, 14, 1929, p. 66. Ce passage est cité en exergue de sa traduction (p. 9) par G. Kalinowski.

[5] Nous croyons devoir préférer ici ce néologisme au terme français « affirmé » que nous réservons pour un autre opérateur, cf. *infra*,1.3.

[6] *Principia Mathematica* (PM), first ed. vol I, 1910, vol. II, 1912, vol III, 1913, second ed. vol. I, 1925, vol II & III, 1927, cité ici d'après Paperback Edition to * 56, Cambridge U.P., 1973, Intro., ch. 1, p. 8.

[7] PM, *1, p. 92. Ce passage contient une note historique : « Nous avons emprunté à la fois l'idée et le symbole d'assertion à Frege ».

[8] PM., Intro. to the second ed., p. xiii. En 1925, les auteurs dénient valeur d'idée primitive à l'assertion d'une fonction propositionnelle et la réduisent à la simple assertion d'une proposition universelle.

Lesniewski écarte l'interprétation suggérée par la formulation 2 dans la mesure où les auteurs eux-mêmes ne la reconnaissent pas pour philosophiquement pertinente : « le lecteur ne trouve dans les commentaires des auteurs qu'une seule directive nette selon laquelle il est défendu de relire les expressions du type “⊢ . *p*“, sans en modifier le sens, à l'aide des expressions du type “il est vrai que *p*“ ».[9]

Se pose la question de savoir si l'assertion fait on non partie de ce qui est exprimé. Sur ce point, Lesniewski examine trois interprétations possibles :

– La formulation 3 suggère selon lui la *conception A* selon laquelle : « si l'expression “*p* “ est une proposition, alors l'expression correspondante “⊢ .*p*“ est aussi une proposition ; la proposition “ ⊢ .*p*“ a le même sens que la proposition “nous assertons que *p*“, mais n'a pas le même sens que la proposition “*p*“ » (pp. 37-38). En d'autres termes, l'assertion elle-même doit faire partie de ce qui est exprimé. Si tel est bien le cas, on est inévitablement conduit à confondre les *Principia* avec les *Confessions* de J.J. Rousseau : « Les axiomes et les théorèmes en question constatent seulement que les créateurs de la théorie donnée assertent ceci et cela et, partant, que ce sont des propositions parlant spécifiquement des auteurs de la théorie ; le système composé de telles propositions n'est assurément pas un système de logique ; on pourrait le considérer plutôt comme une *sui generis* confession déductive des auteurs de la théorie en question » (p. 39).

Cette difficulté serait levée si l'assertion ne faisait pas partie de ce qui est exprimé. Selon cette *conception B*, autorisée par la formulation 1 : « les expressions du type “⊢ .*p*“ peuvent être lues sans modification de leur sens à l'aide des expressions du type “est asserté ce qui suit : *p*“ ; si l'expression “*p*“ est une proposition, alors l'expression correspondante du type “⊢ .*p*“ n'est pas une proposition ;… en particulier est l'axiome *1.3 non pas l'expression “ ⊢ : *q*. . *p* v *q*“, mais l'expression “*q*. . *p* v *q*“ partie de l'expression précédente »(p. 38). Ainsi le signe d'assertion est-il la marque commode de l'assertion de la proposition *qui le suit immédiatement* et qui *seule* fait partie du symbolisme logique. A cette nouvelle interprétation, Lesniewski objecte l'existence de passages des *Principia* dans lesquels les auteurs « placent aussi le signe de l'assertion devant les propositions formulées en “symboles“ qu'ils n'assertent point ; on trouve notamment dans leur ouvrage l'expression suivante : “De même ⊢ : (*y*) : (*x*).*f*(*x*,*y*)“ … il est cependant évident que MM. Whitehead et Russell n'assertent nullement la dite proposition » (p.40). Lesniewski ne précise pas pourquoi il lui semble « évident » qu'en ce cas la proposition incriminée n'est pas assertée. Il se trouve qu'en fait elle est assertée en tant que conclusion d'une inférence.[10] Comme pour la formulation 3, Lesniewski n'a sans doute pas perçu que les auteurs s'autorisaient, à côté de l'assertion des axiomes et des théorèmes relevant d'une dimension déductive de l'assertion, l'*assertion d'une fonction propositionnelle* – en l'occurrence ici « ⊢ .*f*(*x*,*x*) » prémisse de l'inférence – qui relève d'une tout autre problématique.[11] L'objection n'est donc pas formellement exacte mais elle est foncièrement juste en ce qu'il y a bien là un nouvel usage du signe d'assertion.[12]

---

[9]Cf. p.37. Nous verrons plus loin, 1.2. que Lesniewski possède une bonne raison d'écarter les interprétations en termes de vérité des propositions du type « “*p*“ est vrai ».

[10]Cf. PM. Intro to the second ed. , p. xxiv.

[11]Traduisant le mot logique « un …quelconque [*any*] », « ⊢ .*f*(*x*) » permet l'assertion d'un membre ambigu de l'ensemble des valeurs de la fonction *f*(*x*), cf. PM, Intro., ch. I, p. 17. Dans la première édition, cette idée est primitive,

Lesniewski envisage alors une dernière interprétation. Selon la *conception C*, les expressions du type « ⊢ .*p* » peuvent être lues sans modification de leur sens de la même manière que leurs parties « *p* » : « ainsi l'expression "⊢ : *q*. . *p* v *q*" et l'expression "*q*. . *p* v *q*" peuvent être lues exactement de la même manière, c'est-à-dire comme la seconde de ces expressions » (p. 38). Cette conception *C* partage avec la conception *A* le fait que le symbole d'assertion fait de nouveau partie de ce qui est exprimé. Mais elle partage avec la conception *B* le fait que ce symbole n'est plus interprété comme signifiant *expressément* la proposition « nous assertons que …». Il échappe donc à l'objection première de la « confession déductive », mais il ne saurait échapper à la dernière objection visant la conception *B* (p. 40). Au terme, Lesniewski conclut que les différentes propositions d'interprétation du signe d'assertion sont contradictoires et que sa véritable interprétation demeure une « énigme » (p. 39).

Nous sommes resté à dessein très près du texte de Lesniewski pour donner une idée du style d'analyse adopté par la majeure partie des membres de l'école de Varsovie : un souci méticuleux de précision et de rigueur, sans doute hérité d'une longue fréquentation des méthodes d'investigation aristotéliciennes. Un lecteur pressé pourra n'y voir qu'une tendance maladive et stérile à la complication. En réalité, cette « énigme » du signe d'assertion met en cause le statut même et la spécificité du discours logique. La place nous manquerait ici pour l'élucider avec toute la précision historique et la pertinence théorique requises. Disons simplement que, tel qu'il fut introduit initialement par Frege puis repris par Russell, le concept d'assertion témoignait de la survivance dans le discours logique d'un élément irréductiblement pragmatique qui garantit le caractère déclaratif des énoncés, expressions de jugements imposant une relation au vrai.[13] Nous verrons que Lesniewski évite toute confusion entre cette dimension pragmatique irréductible de l'*affirmation* et celle, purement syntaxique, de la déductibilité des formules.

1.2.Les niveaux de langage

La seconde critique surgit à l'occasion de l'interprétation du symbole de négation. Dans les *Principia* l'idée primitive de négation est ainsi introduite : « Si *p* est une proposition quelconque, la proposition "non-*p*" ou "*p* est faux " sera représentée par "~ *p*" » .[14] Or, manifestement, on a affaire ici à deux interprétations qui ne sont pas équivalentes et dont l'une n'est pas correctement formulée.

Lesniewski rappelle d'abord que tout énoncé portant sur un signe doit le *mentionner*, le faire figurer en *suppositio materialis* par sa mise entre guillemets : « l'expression "entre est un mot

---

dans la seconde, en 1925, elle est supprimée par quantification universelle des variables libres, ce qu'exprime précisément l'interprétation 3 de Lesniewski, sur ce point, cf. notre ouvrage *La Philosophie mathématique de Russsell*, § 39, pp. 266-7 & § 40, pp. 266-8, Vrin, 1993.

[12]On pourrait aussi relever de nombreux cas où les auteurs n'utilisent pas le signe d'assertion alors qu'ils le devraient. Par exemple, juste avant le passage incriminé par Lesniewski, on peut lire : « de *p* et *p* *q* nous pouvons inférer *q*. » PM. Intro to the second ed., p. xxiii. Selon leurs conventions, les auteurs auraient dû ici préfixer le signe d'assertion devant les trois formules intervenant dans le procès d'inférence.

[13]Cf. notamment Frege, « Die Verneinung », *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*, 1, n°3-4, 1919, pp. 143-157 ; tr. fr. par Claude Imbert in *Ecrits logiques et philosophiques*, Seuil, Paris, 1971, pp. 195-213. Nous développons cette problématique dans un article : « Logique et pragmatique : la genèse du concept d'assertion », à paraître in *Recherches sur la philosophie et le langage*, n° 16, Lesniewski aujourd'hui,Vrin, fin 1994.

[14]PM. Part 1, *1, p. 93.

composé de deux syllabes”, par exemple, ne peut être traitée comme une expression dotée de sens qu'à supposer que le sujet de cette proposition “entre“ soit employé dans la “supposition matérielle“, donc que la proposition “entre est un mot composé de deux syllabes “ soit une proposition sur le mot “entre“ et signifie la même chose que “ ‘entre’ est un mot composé de deux syllabes“ dont le sujet “ ‘entre’“ est le nom du mot “entre“ et n'est plus employé dans la “supposition matérielle“ » (p.41). Stigmatisant la « manière négligée » dont les auteurs des *Principia* usent des guillemets, Lesniewski corrige la seconde interprétation proposée : « ~ *p* » signifierait « “ *p*“ est faux ». En rappelant cette distinction entre le mot et le nom du mot, Lesniewski se réfère explicitement à l'exigence frégéenne d'un usage rigoureux des guillemets qui apparaissait au début des *Grundgesetze* : « On s'étonnera peut être de l'emploi fréquent des guillemets. Ils servent à distinguer le cas où je parle du signe lui-même de celui où je parle de sa référence ».[15] On sait que dans son fameux article « Über Sinn und Bedeutung » Frege analysait l'*oratio recta* comme un cas d'exception à la règle de substitution des équivalents en expliquant qu'au style direct le signe fonctionne comme signe de signe.[16] La problématique de Lesniewski est cependant plus large et engage plus directement la question du statut des objets logiques, comme on peut le voir avec la seconde partie de sa critique.

Ayant admis la correction requise, les *Principia* donnent le choix d'interpréter le symbole « ~*p* » soit comme « non-*p* » soit comme « “*p*“ est faux ». Partant du fait que ceci autorise aussi l'interprétation de « *p* » comme « *p* » ou « “*p*“ est vrai », Lesniewski établit malicieusement qu'une formule aussi simple que « ~ *q* . v . *p* v *r* » admet huit traductions ! Ce fait serait pratiquement gênant mais théoriquement inoffensif si ces traductions étaient toutes synonymes. Or il n'en est rien. Considérons-en seulement deux : « non-*q* ou (*p* ou *r*) » et « “non-*q*“ est vrai ou “*p* ou *r*“ est vrai ». Il suffit de remplacer les symboles « *p* », « *q* », « *r* » par des propositions effectives pour obtenir deux propositions complexes manifestement différentes : « ainsi, par exemple, dans la proposition “non-(Paris est située sur la Seine) ou (Varsovie est située sur la Seine ou Varsovie est située sur la Vistule)“, appartenant au domaine de la géographie, il est question de Paris, de la Seine, de Varsovie et de la Vistule et il n'est point question de propositions, …/… alors que dans la proposition “ ‘non-(Paris est située sur la Seine)’ est vrai ou ‘Varsovie est située sur la Seine ou Varsovie est située sur la Vistule’ est vrai“ n'appartient plus au domaine de la géographie laquelle ne s'occupe point, comme on le sait, de la vérité ou de la fausseté de telles ou telles propositions ; il est justement question des propositions “non-(Paris est située sur la Seine)“ et “Varsovie est située sur la Seine ou Varsovie est située sur la Vistule)“ » (pp. 43-44). Utilisés comme tels, en *suppositio formalis*, les symboles « *p* »,« *q* »,« *r* », tiennent lieu de propositions qui énoncent des faits, par ex. géographiques, alors que mentionnés en *suppositio materialis*, mis entre guillemets, ces mêmes symboles expriment des propositions, objets de jugements de vérité. « Paris est située sur la Seine » énonce un fait, qui est le cas ou non, alors que « “Paris est située sur la Seine” » est une proposition qui est susceptible d'être vraie ou fausse. Les deux interprétations proposées de la négation – comme d'ailleurs de tous les autres opérateurs logiques – ne sont donc pas synonymes. Pour éviter un véritable « galimatias

[15] *Grundgesetze der Arithmetik*, begriffschriftlich abgeleitet, Jena, H.Pohle, 1, 1893, p. 4.

[16] « Wir haben dann Zeichen von Zeichen », in *Kleine Schriften*, Herausgegeben von. I.Angelelli, G. Ohms, Hildesheim, 1967, p. 145, tr.fr. p. 105.

interprétatif » (p.45), il est nécessaire de trancher et de décider si le calcul dit « des propositions » porte sur des faits ou sur des propositions. Lesniewski avoue, après avoir hésité plus de quatre ans, être parvenu en 1917 à considérer que seul le rejet de la seconde interprétation pouvait sauver la construction des *Principia Mathematica* : « les formules de la soi-disant théorie de la déduction deviennent intelligibles et commencent “à se tenir“ si, ayant négligé les signes de l'assertion, on interprète systématiquement les propositions du type “ ~ *p*“, “*p* v *q*“, “*p* *q*“, etc., qui en font partie, moyennant les propositions du type “non *p*“, “*p* ou *q*“, “ si *p* alors *q*“, etc. .../... et si – contrairement aux commentaires des auteurs – on tient pour absolument inadmissible de lire les formules en question comme si elles concernaient des propositions et constataient des relations entre celles-ci, relations telles que l'“implication “ par exemple » (p. 45).

Là encore, la minutieuse insistance de Lesniewski pour lever toute ambiguïté interprétative est lourde de conséquences. Car elle le conduit à expliciter une distinction logique capitale entre niveaux de langue anticipée par Frege. Tirant les conséquences logiques de son analyse du fonctionnement des guillemets, Frege distinguait entre langage auxiliaire [*Hilfsprache*] et langage d'exposition [*Darlegungssprache*] dans un fragment inachevé de sa quatrième *logische Untersuchung* écrit entre 1923 et 1925.[17] Mais dès le début des années vingt, Lesniewski professait couramment cette distinction que son élève Tarski conceptualisa explicitement lorsque, pour énoncer les conditions formelles d'une définition de la vérité, il sera conduit à séparer la proposition de son nom obtenu par une mise entre guillemets ou par une description structurale.[18] Naturellement, on n'oubliera pas que, dès 1908, la théorie russellienne des types introduisait une hiérarchie d'ordres mutuellement exclusifs qui fournissait le moyen d'éviter les constructions tératologiques, telles par exemple, les paradoxes sémantiques du genre du Menteur.[19] Malheureusement, comme le souligne justement Lesniewski, les auteurs des *Principia* omettent d'appliquer systématiquement cette différence de niveau de langue en usant de façon extrêmement laxiste des guillemets et en autorisant une interprétation métalinguistique des formules logiques.[20] Lesniewski dissipe toute ambiguïté en distinguant nettement, d'une part le niveau du langage-objet où sont en question des opérations sur des faits, la suite de symboles en *suppositio formalis* « *p* *q* » signifiant « si *p* alors *q* », d'autre part le niveau du métalangage où, les symboles propositionnels étant en *suppositio materialis*, est en jeu la vérité de propositions comme dans « “*p*“ implique “*q*“ ».[21]

Reste l'ambiguïté du symbole frégéo-russellien d'assertion. On aura remarqué que Lesniewski propose purement et simplement de le « négliger ». En cela, il sera rejoint par Wittgenstein[22] puis par

[17]Cf. *Nachgelassene Schriften*, ed. H.Hermes, F.Kambartel, F. Kaulbach, Hamburg, F.Meiner, 1969, p.280. A noter que pour Frege c'est la séparation ontologique objet/concept qui suture cette distinction.

[18]Cf. « Pojecie prawdy w jezykach nauk dedukcyjnych » [Le concept de vérité dans les sciences déductives],Warszawa, 1933, tr. fr. par G. Kalinowski, in *Logique, sémantique métamathématique*, sous la direction de G.Granger, Tome 1, Colin, 1972. p. 163, note 1 où Tarski reconnaît sa dette envers Lesniewski.

[19]Cf.« Mathematical Logic as Based on the Theory of Types", IV, (1908), rééd. in *Logic and Knowledge*, Allen & Unwin, London, 1956, pp. 75-80 & PM. Intro., ch. II, § III, pp. 41-43.

[20]Il est significatif de constater que, bien que Russell ait insisté dès 1903 sur la différence entre« implique » et« donc", les auteurs des PM persistèrent jusqu'en 1925 à assigner à la règle d'inférence le statut de proposition primitive de leur axiomatique, cf. Intro. to the second ed. , p. xvii.

[21]L' « implication » russellienne est ambiguë puisqu'elle confond le conditionnel et l'implication comme validité du conditionnel, cf. Quine, *Méthodes de logique*, tr. M.Clavelin, A. Colin, 1950, ch.7, pp. 49 & 52-3.

[22]Cf.*Tractatus logico-philosophicus*, 4.442, 1922, rééd. Routledge & Kegan Paul, London, 1961.

tous les logiciens. On sait en effet que, si le symbole « ⊢ » figure encore dans certains formalismes, il a acquis un tout autre sens puisque, depuis Kleene,[23] il se définit en termes exclusifs de *déduction logique* : « une liste finie (d'occurrences) de formules $B_1,\ldots B_l$ est une déduction (formelle) de (B_l) à partir de $A_1,\ldots,A_m$ …/… si chacune des formules de la liste ou bien est l'une des $A_1,\ldots,A_m$, ou bien est l'un des axiomes, …/…, ou bien résulte par la règle de deux formules situées antérieurement dans la liste. S'il existe une déduction d'une formule donnée B à partir de $A_1,\ldots,A_m$, nous disons que B est déductible à partir de $A_1,\ldots,A_m$. En symboles : $A_1,\ldots,A_m \vdash B$. Le signe ⊢ peut se lire "déduit" ».[24]

Le procès de purification et d'émancipation de la langue logique est maintenant sur ce point achevé : la dimension déductive, calculatoire, s'est définitivement imposée au détriment de la dimension assertive initiale. L'ambiguïté est levée par la disparition du concept *logique* d'assertion. Pour autant les analyses de Frege et Russell témoignaient maladroitement de la nécessité de reconnaître une dimension *pragmatique* irréductible au discours logique standard. Nous verrons que Lesniewski le fit en introduisant explicitement un opérateur d'affirmation.

1.3. La Protothétique

Sur les fondements de la mathématique ne fait que mentionner la Protothétique, calcul des propositions développé par Lesniewski (p. 32). Mais comme il présente les premières thèses [*prôtos-thesis*] indispensables à l'Ontologie et de la Méréologie,[25] et pour clore la question de l'assertion, il convient cependant d'en esquisser les grandes lignes en insistant sur son originalité.

La Protothétique admet pour *catégories sémantiques* les propositions (S) entendues, non comme entités abstraites, mais comme pures séquences d'inscriptions[26] ainsi que les foncteurs formateurs de propositions à un argument propositionnel (S/S), à deux arguments (S/SS), etc.[27] Elle recourt, comme le calcul étendu adopté par Russell en 1903,[28] à une quantification sur des variables propositionnelles (*p*, *q*, *r*…) à laquelle elle adjoint une quantification sur des variables fonctorielles (*f*,….). A la différence de Russell, elle utilise pour unique foncteur primitif, non le conditionnel, mais le biconditionnel. Le souci initial de Lesniewski fut en effet de se dispenser du symbole primitif métalinguistique de définition $(\ldots=_{\mathrm{Df}}\ldots)$ en intégrant les définitions au calcul par leur formulation

[23]Cf. « Proof by Cases in Formal Logic », *Ann. of. Math*. 2 s., vol. 35, 1934, pp.529-544.

[24] *Mathematical Logic*, 1967, tr. fr. par J. Largeault, A. Colin, Paris, 1971, chap. 1, § 9, p. 44. La règle correspond au *modus ponens*.

[25]Cet ordre logique des calculs est inverse de l'ordre de découverte, c'est pourquoi *Sur les fondements…* traite d'abord de la Méréologie avant l'Ontologie.

[26]Deux occurrences de « *p* » constituent deux inscriptions *différentes* équiformes, homéomorphes (superposables par translation sans rotation).

[27]Nous ne pouvons préciser ici la théorie des catégories sémantiques inventée dès 1922 par Lesniewski à partir de considérations « linguistiques » puis développée par Kazimierz Ajdukiewicz, cf. de ce dernier « Die syntaktische Konnexität » in *Studia Philosophica*, 1, 1935, 1-27, tr. ang. in *Polish Logic 1920-1939*, McCall ed., Clarendon P.U., Oxford, 1967, chap. 10, 207-231. A noter que Lesniewski n'utilisait pas la notation dite « polonaise » inventée par Lukasiewicz en 1924 mais combinait le système peano-russellien de points avec l'usage de diverses sortes de parenthèses pour indiquer les différentes catégories sémantiques des inscriptions en cause. Par souci de simplification, nous ne pourrons ici en tenir compte et nous utiliserons les crochets pour marquer la portée des quantificateurs et les parenthèses simples pour délimiter – *sans spécification catégorielle* – les arguments des foncteurs.

[28]Cf. notre article à paraître : « Le statut de la vérité dans le calcul de Russell en 1903 ».

équivalentielle.[29] Contrôlées par des directives précises, ces définitions équivalentielles, devenues de simples thèses du système, permettent l'introduction progressive d'un nombre indéfini de foncteurs nouveaux.[30]Il revient à Tarski d'avoir prouvé dans sa thèse que le seul foncteur biconditionnel était *adéquat*, i.e. permettait de définir tous les opérateurs nécessaires au calcul propositionnel.[31] Ainsi peut-on définir :

– les deux constantes propositionnelles :

(1) *Verum* : $\mathrm{V} \equiv [p][(p \equiv p)]$

(2) *Falsum* : $\mathrm{F} \equiv [p][p]$

– les quatre foncteurs formateurs de propositions à un argument propositionnel (S/S) :

(3) *Verum* de p $[p]\,[\,\mathrm{V}(p) \equiv (p \equiv p)]$ [32]

(4) *Assertium* : $[p]\,[\,\mathrm{As}(p) \equiv p\,]$

(5) *Negatio* : $[p]\,[\,\neg(p) \equiv (p \equiv [q][q])\,]$ [33]

(6) *Falsum* de p $[p]\,[\,\mathrm{F}(p) \equiv \neg(p \equiv p)]$

Une telle présentation a un incontestable pouvoir analytique en explicitant l'*assertium* comme opérateur spécifique d'affirmation, inverse de la négation, ainsi évite-t-elle les confusions de l'opérateur frégéo-russellien de l'assertion.[34] Affirmation (*Assertium*), tautologie (*Verum*) et déductibilité sont désormais distinguables. [35]

De même façon, Lesniewski introduit les seize foncteurs formateurs de propositions à deux arguments propositionnels (S/SS). Le premier correspond au *Verum* de p, q :

(7) $[pq]\,[\mathrm{V}(pq) \equiv \mathrm{V}\,(p \equiv q)]$ [36]

et la huitième à la conjonction, Tarski ayant montré dans sa thèse que ce foncteur pouvait recevoir une définition équivalentielle au prix de l'introduction d'une quantification sur une variable fonctorielle f :

(8) $[pq]\,[(p\,.\,q) \equiv [f]\,[p \equiv (f(p) \equiv f(q))]]$

Initialement Lesniewski fonda sa protothétique sur deux axiomes exprimant les propriétés de transitivité et d'associativité du biconditionnel auquel il ajouta par la suite un troisième axiome assurant l'extensionnalité des propositions. Leur produit logique compose un unique axiome qui fut progressivement simplifié pour donner :

---

[29]On pourrait souhaiter, à l'instar de Peirce, un calcul fondé sur l'opérateur conditionnel. Un tel calcul est possible mais les « définitions implicationnelles » qu'il requiert sont plus complexes que les définitions équivalentielles, cf. C.Lejewski « On Implicational Definitions », *Studia Logica*, VIII, 1958, pp.192-3.

[30]C. Lejewski montre que cette condition d' « ouverture » requerrait, dans la conception classique des définitions, la construction de méta-méta-règles, cf. « A Propositional Calculus in which Three Mutually Undefinable Functors are Used as Primitive Terms », in *Studia Logica*, XXII, 1968, p. 38.

[31]Cf. « O wyrazie pierwotnym logistyki » [Sur le terme primitif de la logistique], *Przeglad Filozoficzny*, 26, Warsaw, 1923, 65-89, tr. fr. in *Logique, sémantique, métamathématique*, pp.3-25.

[32] Pour éviter toute confusion, nous ne pouvons pas ici reprendre le symbolisme initial de Les niewski dans la mesure où il conduit à assigner à la négation le symbole « ⊢ », cf. D. Miéville, *op.cit.* p. 136.

[33]Tarski s'inspire ici de la définition russellienne : $\neg p =_{\mathrm{Df}} (p \quad (q)\, q)$ telle qu'elle est proposée de façon informelle dès les *Principles of Mathematics*, (PoM) Allen & Unwin, London, 1903, § 19, p. 18.

[34]L'*assertium* correspond à ce que Frege nomme « saisie de la pensée », cf. « Die Verneinung » : « La valeur de cette fonction sera le vrai si le vrai est pris comme argument, et le faux dans tous les autres cas… Cette fonction a donc pour valeur l'argument lui-même quand cet argument est une valeur de vérité », tr. p.197.

[35]Sur ce progrès de l'analyse, cf. notre « Logique & pragmatique : la genèse du concept d'assertion ».

[36]On aura remarqué que le même symbole – V – est utilisé en (1), (3) et (7), cette ambiguïté étant levée par le contexte qui spécifie les catégories sémantiques en jeu.

$$[pq][(p \equiv q) \equiv [f][f\,(p\;f\;(\,p\;[u\;]u\;)) \equiv [r][f(q\;r\;) \equiv (q\;\equiv p\;)]]\;]$$ [37]

Directives de substitution *salva congruitate* (entre inscriptions de mêmes catégories sémantiques), de détachement, de distribution des quantificateurs, de définition et d'extensionnalité pour les catégories autres que les propositions permettent de construire un calcul plus puissant que le classique calcul des propositions et « ouvert » [*growing system*] en ce qu'il autorise l'engendrement de systèmes de plus en plus complexes.[38]

2. La méréologie

Découvrant la logique dans l'ouvrage de Lukasiewicz, Lesniewski prit connaissance par la même occasion de l'antinomie russellienne de la classe des classes non membres d'elles-mêmes. Il n'eut alors de cesse que de trouver un mécanisme technique qui permette, non de l'éviter à l'instar de Russell ou de Zermelo, mais de la résoudre effectivement en soumettant le concept de classe à un réexamen critique.

Là encore, la critique lesniewskienne présente le mérite de nous rappeler qu'un concept, aussi apparemment indiscutable que celui de classe, résulte d'un lent procès d'élaboration qui est loin d'avoir levé toutes les ambiguïtés et qui, de toute façon, n'est pas le seul possible.

2.1 Du concept « classique » de classe

Telle que Lesniewski la reconstitue dans le chapitre III (pp. 53-66), la genèse du concept standard de classe se scande en trois temps : l'invention du calcul des classes avec Cantor, Dedekind, Schröder et Peano, la critique frégéenne, puis la présentation désormais classique des *Principia Mathematica*.

2.1.1 Le calcul des classes : On sait que la « création cantorienne » proposa l'explication suivante du terme d'*ensemble* [*Menge*] : « Chaque réunion M rassemblant en un tout les objets m de notre intuition ou de notre pensée, objets déterminés et distincts (qu'on appelle “éléments“ de M) »[39]. Lesniewski, qui rappelle cette « définition » naïve, souligne qu'elle ne dit pas grand chose. Il y paraît toutefois que l'ensemble cantorien constitue bien une pluralité [*Mannigfaltigkeit*] rassemblant, à titre d'éléments, des objets qui, distincts et différents, répondent cependant tous à une même loi permettant précisément de les unifier en une même totalité [*welcher durch ein Gesetz zu einem Ganzen verbunden werden kann*]. Ainsi l'ensemble M est-il constitué par la liste de tous les éléments m_i caractérisés par la loi m. Pour reprendre l'exemple courant, on compose l'ensemble des hommes en faisant la liste de tous les individus qui peuvent être qualifiés d'hommes : Socrate, …, Georg Cantor, …, Tex Avery, etc. L'ensemble se présente donc bien comme la simple recollection d'éléments qui possèdent par eux-mêmes leur propre individualité et dont l'appartenance à l'ensemble est univoquement déterminée par la commune possession d'une certaine propriété.

---

[37] Cf. Boleslaw Sobocinski, « On the Single Axiom of Protothetic », *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 1, 52-73, II, 111-126, III, 129-148, 1960.

[38] Sur la Protothétique, cf. Lesniewski « Grundzüge eines neuen Systems der Mathematik », *Fundamenta Mathematicae*, 14, 1929, 1-81 ; E.C.Luschei, *The Logical Systems of Lesniewski*, Amsterdam, North-Holland, 1962 ; Denis Miéville, *Un Développement des systèmes logiques de* Stanislaw Lesniewski, Protothétique, Ontologie, Méréologie, Peter Lang, Berne, 1984.

[39] Cité p. 54, cf. « Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre », *Mathematische Annalen*, 46, 1895, p. 481.

On sait que la fécondité de cette notion d'ensemble réside dans le fait qu'elle autorise un véritable calcul d'une grande généralité dont l'opérateur fondamental – introduit par Peano – est l'*appartenance* de l'élément à l'ensemble. Soit l'ensemble ß ={ *a*, *c*, *d*, *g*}, on pourra, par exemple écrire *a* ε ß signifiant que *a* appartient à -–est élément de – ß.[40] Reste qu'un calcul des ensembles requiert l'introduction de l'équivalent du zéro arithmétique. Pour définir en toute généralité le produit de deux ensembles comme l'ensemble de leurs éléments communs, il faut prévoir le cas où cet ensemble est vide : $\beta \cap \gamma = \emptyset$, c'est-à-dire le cas où les deux ensembles n'ont aucun élément commun. D'où l'« invention » d'un ensemble très particulier que, par exemple Adolf Fraenkel, manifestement gêné, disqualifie en l'appelant « ensemble impropre » tout en lui assignant statut d'authentique ensemble : « Pour des raisons purement formelles, à savoir pour pouvoir exprimer certains faits de manière plus simple et plus commode, introduisons encore à cet endroit un ensemble impropre [*uneigentliche Menge*], le prétendu ensemble zéro [*Nullmenge*] …/… Celui-ci est défini par le fait qu'il ne possède aucun élément ; aussi n'est-il à proprement parler aucun ensemble, mais doit néanmoins valoir comme tel et être désigné par 0 ».[41] Lesniewski qui cite ce passage (p. 57) voit dans la difficulté d'un ensemble dépourvu d'éléments l'indice d'une insuffisance de cette première théorisation. Plutôt que de proposer directement sa propre conceptualisation, il préfère utiliser l'autorité de Frege pour en opérer indirectement la critique.

2.1.2 L'extension de concept : La critique frégéenne porte principalement sur la notion de classe proposée par Ernst Schröder.[42] Si une classe se caractérise exclusivement par ses éléments, l'admission de la classe vide est une contradiction dans les termes : « Lorsqu'…/…une classe se compose d'objets, lorsqu'un ensemble est l'union collective de ceux-ci, alors elle (il) doit disparaître, quand ces objets disparaissent. Lorsque nous brûlons tous les arbres d'une forêt, alors nous brûlons en même temps la forêt. Il ne peut donc pas y avoir de classe vide ».[43]

De même, la classe singulière [*singuläre Klasse*] fait difficulté en ce que l'assimilation de cette classe à son unique élément conduit à une contradiction logique. Le raisonnement frégéen est le suivant : soit une classe P composée d'au moins deux individus différents ($a \neq b$ et $P = \{a, b,\ldots\}$). Comme l'autorise Schröder, il est possible de considérer cette classe comme un individu en tant qu'« être de raison ». On peut alors former la classe Q dont l'unique élément est la classe P, *i.e.* $Q = \{P\}$. Si la classe singulière coïncide avec son unique élément, on peut écrire $Q = P$. Puisque a appartient à P, a appartient aussi à Q et est son unique élément puisque Q est une classe singulière. Et il en va de même pour b. Si bien que, contrairement à l'hypothèse, a et b sont identiquement l'unique élément de Q.[44]

Selon Frege, cette double contradiction des classes vide et singulière témoigne de la fausseté de la thématisation naïve initiale de la classe comprise comme pure recollection d'éléments. C'est

[40]Peano utilise pour symbole d'appartenance la première lettre du mot grec « ε στι » signifiant « est ».
[41]Cf. *Einleitung in die Mengenlehre. Eine elementare Einführung in das Reich des Unendlichgrossen*, Berlin, 1923, p. 15.
[42]*Vorlesungen über die Algebra der Logik* (Exakte Logic), B.G.Teubner, Leipzig, Band 1, 1890, 2, 1891.
[43]Frege, « Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik », *Archiv für systematische Philosophie*, I, 1895, p. 436-7. Cité p. 58.
[44]Cf. *ibidem* , pp. 444-5, cité *in Sur les fondements*…, p. 60. On notera que c'est précisément cet argument qui convainquit Russell de distinguer la classe-unité de son unique membre, cf. PoM, App. A, § 484, p. 511.

pourquoi il lui substitue une conceptualisation plus complexe d'une classe expliquée en termes d'*extension de concept* : « L'extension de concept [*Der Umfang eines Begriffes*] ne se compose pas des objets qui tombent sous le concept donné, comme la forêt se compose d'arbres, mais elle prend appui sur le concept même et seulement sur lui ».[45] Ayant montré les insuffisances d'une appréhension exclusivement extensionnelle des classes, Frege note la nécessité de faire explicitement appel au concept pour caractériser la classe. Cantor et ses successeurs savaient bien qu'un ensemble requiert une « loi » de sélection de ses éléments, mais ils ont fondé leur calcul sur la seule considération des éléments rassemblés. Pour Frege, prime au contraire le concept [*Begriff*], c'est-à-dire la fonction dont les arguments sont des objets et les valeurs des valeurs de vérité.[46] Ainsi, plutôt que de parler de l'ensemble des hommes, parlera-t-on de l'extension du concept « …est un homme » qui associera la valeur Vrai aux seuls objets tombant sous ce concept. La « classe » des objets sélectionnés est alors toujours extension *d'un concept* et n'a pas d'existence indépendamment de lui.

Ce primat du concept évite la contradiction de la classe vide : « l'extension d'un concept doit son existence non aux individus mais au concept même, c'est-à-dire à ce qui est exprimé au sujet d'un objet lorsqu'il a été subsumé sous le concept. Dans ce cas, il n'y a aucun scrupule à parler de la classe des objets qui sont *b*. Et alors tous les concepts vides ont maintenant la même extension …/…. Nous pouvons prendre pour *b* par exemple un objet qui n'est pas égal à lui-même ».[47] S'il n'y a pas de classe vide, il y a bien une extension du concept « …non identique à soi-même ». Le concept ne subsume aucun objet et bien que contradictoire, il est parfaitement déterminé.[48]

De même, la considération du concept impose désormais la distinction entre la classe singulière et son unique élément. L'unique élément diffère *toto cœlo* du concept sous lequel il tombe, par conséquent de son extension. L'objet « Lune » diffère de l'extension du concept « …satellite de la Terre » qui associe la valeur Vrai à ce seul objet. La valeur diacritique de l'approche intensionnelle de Frege est indéniable. Toutefois Lesniewski souligne les obscurités d'interprétation positive de l'extension de concept.[49] C'est pourquoi, il préfère poursuivre son analyse en s'attaquant à la conceptualisation proposée par les auteurs des *Principia Mathematica*.

2.1.3 Les classes comme symboles incomplets : En fait, cette conceptualisation prolonge celle de Frege. Déjà dans les *Principles*, Russell insistait sur le fait qu'on ne pouvait rendre compte de la classe vide, de la classe-unité et des classes infinies sans faire appel à la considération du concept.[50] Il définissait la classe comme l'objet dénoté par une expression dénotante composée du mot logique « tous les » suivi d'un concept dénotant.[51] Les *Principia* ne firent donc sur ce point que rappeler les analyses antérieures en soulignant que si le calcul exige une appréhension extensionnelle des classes (ce que virent Cantor, Schröder, Peano,…), la définition logique de ces classes impose le recours

[45]Cf. « Kritische Beleuchtung …», p. 455, cité p. 61.
[46] « Funktion und Begriff », tr. in *Ecrits logiques*, p. 90.
[47] « Kritische Beleuchtung …», p. 451, cité p. 61.
[48]Cf. *Grundlagen der Arithmetik*, § 74, tr. Cl. Imbert, Seuil, Paris, 1969, p. 200.
[49] « Je ne la comprends pas mieux que les affirmations les plus obscures des représentants de la “philosophie romantique”, autrement dit, je ne les comprends absolument pas » , p. 61.
[50]Cf. PoM, ch. VI, pp. 66-81. Lorsqu'une classe est finie, il est toujours possible d'en énumérer les termes. Par contre, lorsqu'elle est infinie – seul cas mathématiquement fécond – cette énumération est impossible, et il devient nécessaire de déterminer conceptuellement si tel ou tel individu appartient ou non à la classe.
[51]*Ibidem*, § 72, p. 72.

intensionnel aux concepts qui les déterminent : « C'est une vieille querelle que celle de savoir si la logique formelle devrait s'intéresser principalement aux intensions ou aux extensions ? En général, les logiciens dont la formation fut surtout philosophique ont pris parti pour les intensions alors que ceux dont la formation fut surtout mathématique se sont prononcés pour les extensions. Les faits semblent être les suivants : alors que la logique mathématique exige les extensions, la logique philosophique refuse de fournir autre chose que des intensions. Notre théorie des classes reconnaît et réconcilie ces deux faits apparemment opposés en montrant qu'une extension (laquelle n'est pas autre chose qu'une classe) est un symbole dont l'emploi acquiert toujours sa signification à travers la référence à une intension ».[52] Ainsi la définition *20.01 $f\{z(\Psi z) = (\ \ \varphi)(\varphi!x \equiv \Psi x) \,\&\, f(\varphi!z)]$ Df [53] introduit-elle bien la classe comme l'extension d'un concept, c'est-à-dire d'une fonction propositionnelle Ψ. Construites logiquement à partir des fonctions propositionnelles, ces classes s'avèrent, en vertu du rasoir d'Occam, de pures commodités symboliques et, à l'instar des descriptions définies,[54]des symboles incomplets : « leurs emplois sont définis, mais eux-mêmes ne sont censés signifier quoi que ce soit, c'est-à-dire que les *emplois* de tels symboles sont définis de telle sorte que, lorsque le *definiens* est substitué au *definiendum,* alors il ne reste plus aucun symbole dont on pourrait supposer qu'il représente une classe. Ainsi les classes, dans la mesure où nous les introduisons, ne sont que de pures commodités symboliques ou linguistiques, et non des objets authentiques, comme le sont leurs éléments lorsqu'ils sont des individus ».[55] Si les individus peuvent éventuellement exister (c'est l'affaire de l'*application* de la logique), les classes, classes de classes,…, que l'on peut progressivement construire à partir d'elles (comme d'ailleurs les relations, nombres et tous les autres « objets » mathématiques) ne sont que de pures constructions symboliques. Cette disqualification des classes opérée dans les *Principia* autorise une économie ontologique et surtout évite les difficultés des *Principles* qui devaient assigner statut de « termes » – d'authentiques substances – aux objets ambigus (dénotés par le mot logique « un … quelconque » [*any*]) comme aux objets complexes (dénotés par « tous les » [*all*]). Admettre les classes conduisait à l'aporie de l'Un et du Multiple. « Comme une », elles faisaient figures d'authentiques objets pourvus d'individualité alors même, comme le soulignait Cantor, que ce sont manifestement des pluralités. Disqualifiées, elle s'avèrent seulement des constructions logiques fondées sur une pluralité d'individus déterminés par un même concept.[56]

Incontestablement, la définition que les *Principia* proposent des classes est plus précise que celle de Frege en ce qu'elle est techniquement construite. On pourrait alors être surpris de lire que Lesniewski ne se satisfaisait pas plus de la classe des *Principia* que de l'extension frégéenne de concept. Dans les deux cas, il reconnaît « l'odeur des spécimens mythiques provenant de la riche galerie des objets “ inventés “ » (p. 65). En rappelant cursivement la genèse du concept de classe, Lesniewski n'était effectivement intéressé que par la dimension critique des analyses frégéennes et la

[52]PM, Intro., ch. III, p. 72, cité p. 63.

[53]PM, *20, p. 188. On notera que l'extensionnalité de la fonction Ψ est assurée par le recours à une fonction prédicative Q!x équivalente au moyen de l'axiome de réductibilité, cf. PM Intro. , chap..III, pp. 74-7.

[54]La définition *20.01 est construite sur le modèle de la définition *14.01 introduisant contextuellement les descriptions définies. Cf. D. Vernant, « Le traitement logique de l'existence et les présupposés de l'ontologie », *Dialectica*, vol. 37, n°2, 1983, pp. 112-118.

[55] PM, Intro, ch. III, pp. 71-2, cité p. 63.

[56]*Ibidem*. Sur le traitement russellien des classes, cf. notre ouvrage *La Philosophie mathématique de B. Russell*, §§ 12 à 14, pp. 75-102.

tentative des auteurs des *Principia* pour formaliser le concept frégéen lui importait peu. Son nominalisme radical ne saurait se satisfaire d'une « no-class theory » qui dénie tout statut ontologique aux classes mais ne leur assigne pas moins statut logique de constructions symboliques. Pour lui, ou bien les classes ne sont rien – à l'instar des constructions vides de Frege ou Russell – ou bien elles possèdent une *réalité effective* et leur conceptualisation peut s'autoriser d'une intuition qui trouve ses garanties dans l'usage courant du langage.

2.2 La classe méréologique

Revenant en 1919 sur sa critique de la conception « naïve » des classes, Russell écrit ceci : « Nous ne pouvons pas prendre les classes de manière *purement* extensionnelle comme de simples tas [*heaps*] ou conglomérats. Si nous voulions essayer de le faire, nous trouverions impossible de comprendre où peut bien se trouver une classe comme la classe vide, laquelle n'a pas d'éléments du tout et ne peut pas être tenue pour un “tas“ ; il nous serait aussi très difficile de comprendre qu'une classe qui n'a qu'un élément ne soit pas identique à celui-ci. Je n'ai pas l'intention d'affirmer ou de nier qu'il y ait des entités telles que les “tas“. En tant que logicien mathématique, je ne suis pas appelé à avoir une opinion à ce sujet. Tout ce que je maintiens c'est que, s'il existe des choses comme des tas, alors nous ne pouvons pas les identifier aux classes composées de leurs constituants ».[57] Lesniewski commente ainsi : « Si je comprends bien le passage cité, le fait qu'un objet *P* soit un “tas“ de tels ou tels *a*, composé de tous les *a*, ne serait pas encore pour *M*. Russell un motif suffisant pour affirmer que l'objet *P* est une “ classe “ des *a*. La terminologie de *M*. Russell serait sur ce point en désaccord total avec la mienne ; conformément à l'emploi que je fais des termes “ ensemble “ et “ classe “ ainsi que compte tenu de la manière de se servir du terme “ tas “ dans le langage courant (M.Russell ne détermine pas le sens du terme “heap“ de façon explicite, mais il emprunte ce terme au langage courant dans l'état où il se trouve, donc tout “cru”), je peux toujours dire du “tas“ de n'importe quels *a* qu'il est un ensemble de *a*, et du “ tas “ des *a* composé de tous les *a*, qu'il est la classe des *a* » (pp. 65-6). Manifestement, la lecture du texte de Russell est ici dévoyée par une intuition toute autre. Si, chez Russell, le mot « tas » se voulait synonyme de *Mannigfaltigkeit*, chez Lesniewski le même mot se réfère, non à la tradition cantorienne, mais à l'usage courant et à l'intuition de totalités effectives. Surgit là une appréhension nouvelle, différente de la tradition ensembliste dont, malicieusement, Lesniewski se plaît pourtant à déceler la présence inchoative dans l'une des premières formulations cantoriennes : « Chaque ensemble de choses distinctes peut être considéré *en lui-même comme une seule chose* dont les choses en question sont les parties constituantes ou les éléments constitutifs ».[58] La classe comme « tas » est conçue par Lesniewski non plus comme une pluralité composée d'éléments mais comme une unité constituée de parties « tout comme le tableau est composé de telles ou telles parties bien choisies dont il constitue l'ensemble » (p. 53). Cette métaphore du tableau – d'ailleurs empruntée à Cantor – me paraît particulièrement apte à saisir l'« intuition » qui gouverne l'appréhension méréologique[59] des classes. Ce qu'on appelle une « collection » de tableaux se caractérise comme un « ensemble » [*Menge*] constitué d'objets distincts, ayant par eux-mêmes réalité, dont chacun peut être

[57] *Introduction to Mathematical Philosophy* (IMP), Allen & Unwin, London, 1919, p. 183, cité p. 65.

[58] « Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten », *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 91, 1887, p. 83, cité p. 53.

[59]Ce terme est construit sur le mot grec « μevrh » signifiant « partie »

qualifié de« tableau ». Par contre, considérer un seul tableau comme un « tas » au sens les niewskien, conduit, tout différemment, à admettre pour « éléments » ses parties constitutives qui, interdépendantes, n'existent pas par elles-mêmes et ne peuvent être qualifiées chacune de « tableau ». Il en résulte qu'on ne peut énumérer les *parties* d'un tableau comme on fait la liste des éléments d'une collection de tableaux. Considérons par exemple le tableau de Piet Mondrian *Grande Composizione A.*[60] Composition géométrique, ses parties ne se limitent pas aux rectangles colorés « élémentaires » que l'on peut discerner. Constituent au même titre ses parties, les sections rectangulaires plus larges délimitées par les traits perpendiculaires épais. De même les divers réseaux de lignes, etc. Des lectures différentes de profondeurs différentes déterminent un découpage différent de parties. De là naît le rythme propre d'une œuvre conçue comme totalité effective. C'est cette appréhension « pluridimensionnelle »[61] des parties que Lesniewski illustre par un exemple géométrique simple et qui lui permet d'introduire la *Thèse 2* de son système méréologique :

« (2) Il arrive fréquemment que tel ou tel objet soit la classe de tels et tels objets et qu'il soit simultanément la classe d'objets tout à fait différents (ainsi par exemple le segment *AB* du dessin [ci-dessous] est la classe des segments *AC* ou *CB* et simultanément la classe des segments *AD* ou *DB*).

A *C* *D* *B*

I_____I_____I_____I » (p. 49).

Cette conception nouvelle des classes en modifie profondément le calcul. Reprenons les cas de la classe singulière et de la classe vide.

– Il en résulte le refus de distinguer entre la « classe singulière » et son unique objet, ce qui constitue la *Thèse 3* :

(3) « Si un – et un seul – objet est *P*, alors *P* est la classe des *P* » (ainsi le segment *AB*… est la classe des segments *AB*…) » (p. 50).

Mais il ne s'agit en rien d'un retour à la conception extensionnelle « naïve » qui assimilait sans autre forme de procès l'élément unique et sa classe $a = \{a\}$. Le tableau de Mondrian peut être considéré comme un objet unique et valoir comme partie de lui-même, mais, en même temps, il est bien l'« ensemble » de ses parties constitutives : « Le segment *AC* est un élément du segment *AB* étant, lui …/… la classe des segments qui sont le segment *AC* ou le segment *CB*, je suis, bien entendu, autorisé à affirmer que, quoiqu'un – et un seul – objet soit le segment *AB* et quoique par conséquent, …/…, le segment *AB* soit aussi la classe des segments *AB*, ce segment n'est point la classe dont le segment *AB* serait précisément l'unique élément. » (p. 59). Un unique objet peut être considéré comme un « tout », une « classe singulière », mais en même temps il peut s'analyser en de multiples parties. Ceci constitue la réponse méréologique à l'aporie de l'Un et du Multiple.

– Si Lesniewski s'accorde avec Frege pour critiquer la classe vide cantorienne, ce n'est cependant pas pour la « sauver » en faisant appel à l'extension d'un concept contradictoire.[62] Un « tas » n'existe que s'il possède *effectivement* des parties. D'où la *Thèse 1* qui stipule que :

[60] 1919, Olio su tela, 91 x 91, Galleria Nazionale d'Arte Moderna, Roma.

[61] Nous empruntons cette expression éloquente à Denis Miéville, *op. cit.*, p. 387.

[62] Si Lesniewski n'admet pas de classe vide, il introduira toutefois le concept de rien pour définir les noms vides, cf. *infra*, 3.2.

« (1) si un objet est la classe des *a*, alors un objet est *a* ».

Classe vide et objets contradictoires sont irrémédiablement récusés : « j'ai toujours rejeté,…/…, l'existence de monstres théoriques dans le genre de la classe des cercles carrés, comprenant bien que rien ne peut être composé de ce qui n'existe pas » (p. 58). On conçoit alors la spécificité du nominalisme de Lesniewski : il ne s'agit plus, à l'instar de Russell, de multiplier les constructions formelles pour se dispenser d'engagement ontologique sur les objets logico-mathématiques mais bien plutôt de s'assurer de l'effectivité des concepts mathématiques garantie par leur valeur intuitive : le fait que leur usage corresponde directement à celui du sens commun tel qu'il s'exprime par la langue naturelle comme le fait que ces concepts soient susceptibles de se référer à des réalités concrètes : « Je me suis soucié davantage …/… du “bon sens“ des représentants de l'*esprit laïque* se vouant à l'étude de la réalité non “créée “ par eux, que de l'accord entre ce que j'affirmais et les “intuitions“ des théoriciens professionnels des ensembles, “intuitions“ sorties du centrifugeur des esprits mathématiques équipés pour la “création libre “, démoralisés par les “spéculations constructives“ détachées du réel ».[63]

2.2.2. La résolution du paradoxe des classes : Aux yeux de Lesniewski, le fait que cette conception méréologique des classes soit ainsi conforme à l'usage et évite d'assumer des « inventions mythiques » telles que les classes vides fut important. Mais s'avéra proprement déterminant le fait qu'une telle conception permit de résoudre le paradoxe des classes. On sait que dès 1902, réfléchissant sur la création cantorienne, Russell découvrit que le concept naïf d'ensemble et sa traduction logique en termes de classe conduisaient inéluctablement à un paradoxe. Rappelons-en la structure. Des termes sont membres d'une classe s'ils possèdent la propriété qui la détermine. Comme une classe peut être considérée comme un authentique terme, on est en droit de se demander si elle est membre d'elle-même. Pour la plupart des classes, la réponse est non. Ainsi la classe des hommes n'est-elle pas un homme et donc n'est pas membre d'elle-même. Mais pour quelques-unes, la réponse est oui. La classe de toutes les classes est bien une classe : elle est membre d'elle-même. Si nous considérons alors la classe de toutes les classes qui ne sont pas membres d'elles-mêmes, on peut de nouveau poser la question de savoir si cette classe est membre d'elle-même. Et là surgit une double contradiction : si l'on admet qu'elle est membre d'elle-même, alors elle possède la propriété qui la détermine et elle n'est pas membre d'elle-même. Mais si on admet qu'elle n'est pas membre d'elle-même, alors elle ne possède pas la propriété qui la détermine et il est faux qu'elle ne soit pas membre d'elle-même, donc elle est membre d'elle-même.[64] Russell devra attendre jusqu'en 1908 pour élaborer sa solution : la théorie des types prescrit que « ce qui engage la totalité d'une collection ne doit pas être un [membre] de cette collection ».[65] Ainsi une construction fonctionnelle ne peut-elle être « signifiante » [*significant*] que si, indépendamment d'elle, peut être déterminé son *domaine de signifiance* sous la forme de la classe de toutes ses valeurs possibles. Ce qui récuse comme *dénuées*

[63]Lesniewski cite ici – p. 78 – son ouvrage de 1916 : *Podstawy ogolnej teorii mnogoci* [Les fondements de la théorie générale des ensembles], Moskwa, p. 5.

[64]Cf. PoM, ch. X, § 100, p. 101.

[65]C'est « le principe du cercle vicieux », cf. « Mathematical Logic…», *op.cit.*, p. 63.

de sens [*meaningless*] toutes les formules tératologiques du genre « φ(φx) » et qui exclut la question de savoir si une classe est membre d'elle-même ou non.[66]

Manifestement cette solution russellienne ne satisfait pas Lesniewski dans la mesure où elle ne supprime pas à proprement parler le paradoxe puisqu'elle ne fait que l'*éviter* en restreignant l'usage du terme de classe, précisément en édictant des règles de *signifiance* des formules logiques. Selon le logicien polonais, la *résolution effective* du paradoxe impose plus fondamentalement l'abandon de la conception classique des classes et l'adoption de son approche méréologique. Lesniewski est à même de démontrer que cette approche exclut l'engendrement de la classe tératologique de toutes les classes qui ne sont pas membres d'elles-mêmes ou, selon la formulation de Lukasiewicz qu'il reprend, de « la classe des classes qui ne sont pas subordonnées à elles-mêmes »(p. 50).

La démonstration informelle, proposée dès 1914, [67] est reprise et simplifiée dans *Sur les fondements de la Mathématique*. Elle s'appuie sur les thèses 1, 2, 3 déjà présentées à propos respectivement de la classe vide, de la classe méréologique et de la classe singulière, auxquelles s'adjoint une définition de la relation « être subordonné à » :

(4) : *P* est subordonnée à la classe *K* si et seulement si, compte tenu d'une certaine signification du mot « *a* »,[68] sont remplies les conditions : α) *K* est la classe des *a*, ß) *P* est *a*

à quoi Lesniewski ajoute deux thèses :

(5) Si *P* est *a*, alors un – et un seul – objet est *P* [69]

(6) Si *P* est *a*, alors *P* est *P*

D'où l'on infère :

(7) Si *P* est une classe, alors *P* est la classe des *P* (par 5 et 3)

(8) Si *P* est une classe, alors, α) *P* est la classe des *P* ; ß) *P* est *P* (par 7 et 6)

(9) Si *P* est une classe, alors, compte tenu d'une certaine signification du mot « *a* », sont remplies les conditions : α) *P* est la classe des *a*, ß) *P* est *a* (par 8)

(10) Si *P* est une classe, alors *P* est subordonné à la classe *P* (par 9 et 4)

(11) Aucun objet n'est une classe non subordonnée à elle-même (par 10)

(12) Aucun objet n'est la classe des classes non subordonnées à elles-mêmes (par 1 et 11).

Le *nervus probandi* réside ici en ce que la conception méréologique des classes conduit à une définition nouvelle de l'appartenance. Formellement, la thèse 4 ressemble à la définition *20.02 des *Principia Mathematica*. En fait sa signification en diffère profondément. Dire que *P* est subordonnée à *K*, la classe des *a*, revient à dire que *P est a*. Or cette relation exprimée par la forme verbale « est » [*jest*] ne possède pas les propriétés logiques de l'appartenance extensionnelle. En témoigne la thèse 8 qui garantit que lorsque *P* est une classe, alors *P* est la classe des *P* et *P* est *P*. Il en résulte la thèse 10 qui affirme que chaque classe est subordonnée à elle-même, donc – thèse 11 – *qu'il n'y a pas de*

[66]Cf. PM, Intro. ch. II, p. 40 et notre ouvrage sur Russell, §§ 42-3, pp. 281-299.

[67]« Czy klasa klas, nie podporzadkowanych sobie, jest podporzadkowana sobie ? », [La classe des classes non subordonnées à elles-mêmes est-elle subordonnée à elle-même ?], *Przeglad Filozoficzny*, 17, 1914, pp. 63-75.

[68]La périphrase « compte tenu d'une certaine signification du mot *“a”* » est un équivalent de la quantification particulière que Lesniewski n'avait pas encore introduite à l'époque, cf. *infra*, 3.2.

[69]Nous reviendrons dans la troisième partie sur le sens précis à donner à l'expression « P jest *a* » que traduit « P est *a* ».

classe qui ne soit subordonnée à elle-même. La construction tératologique d'une classe qui n'est pas membre d'elle-même n'est plus possible et le paradoxe russellien s'évanouit.

2.2.2 L'axiomatique méréologique : On aura noté que la démonstration informelle proposée dépend des thèses 1 à 6 qui n'ont pas de fondement théorique précis. Lesniewski les admit initialement en raison de leur valeur intuitive. Mais, dès 1916, il proposa une axiomatique permettant de leur assigner statut formel.[70] Le chapitre IV de *Sur les fondements* présente une axiomatisation « améliorée ».[71] Celle-ci introduit d'abord la relation fondamentale de « est partie de » au moyen de deux axiomes assurant le caractère asymétrique et transitif de cette relation :

Axiome I : Si *P* est une partie de *Q*, alors *Q* n'est pas une partie de *P*

Axiome II : Si *P* est une partie de *Q*, et *Q* est une partie de *R*, alors *P* est une partie de *R*. (p. 79)

Puis, elle définit la relation « est un ingrédient » :

Définition I : *P* est un ingrédient de *Q* si et seulement si *P* est le même objet que *Q* ou une partie de *Q*.

Si la partie est nécessairement différente du tout, le tout, la classe, peut se prendre elle-même pour ingrédient en plus de ses parties. Suit alors la *définition de la classe méréologique* :

Définition II : *P* est la classe des *a* si et seulement si :

α) *P* est un objet

ß) chaque *a* est un ingrédient de *P*[72]

γ) pour tout *Q*, si *Q* est un ingrédient de *P*, alors un ingrédient de *Q* est un ingrédient de *a*.

si l'on reprend l'exemple géométrique initial, le segment *AB* est bien une classe méréologique, car :

α) *AB* est un objet : la classe des parties du segment de *AB*

ß) ses parties *AC*, *CB* ou *AD*, *DC* sont ses ingrédients

γ) Tout ingrédient du segment *AB* est bien un ingrédient des parties du segment *AB*.[73]

A contrario, on constate que l'on ne peut tenir le segment *AB* pour la classe des parties du segment *AC* car, quand bien même les conditions α et ß seraient remplies, la condition γ ne le serait pas dans la mesure où le segment *AB* est ingrédient du segment *AB* mais ne l'est pas du segment *AC* (p. 80).

Ajoutant deux axiomes assurant, l'un l'unicité de chaque classe, l'autre – comme converse de la thèse 1 – son existence, Lesniewski développe, toujours de façon informelle, un calcul méréologique qui, procédant par « preuves suppositionnelles »,[74] établit quelques quarante huit théorèmes qui

[70]Cf. *Podstawy ogolnej teorii mnogosci I* [Les fondements de la théorie générale des ensembles] Moskwa (Moscou), 1916. Pour une formalisation de cette axiomatique, cf. Denis Miéville, *op. cit.*, pp. 396 sq.

[71]Cf. pp.79-97. Elle comporte quatre axiomes et dix définitions. Lesniewski annonce dans ce texte une version définitive de l'axiomatique méréologique qui ne sera jamais publiée.

[72]Dans le langage informel de Lesniewski, « chaque » dénote une « quantification forte » impliquant l'existence d'au moins un objet et « tout » correspond à la « quantification faible » n'imposant aucun engagement ontologique, cf. *infra*, 3.2.

[73]Lesniewski note que les conditions β et γ entraînent la condition α, p. 79. Plus loin, note 60, p. 89, il reprend la remarque faite dès 1918 par K. Kuratowski selon laquelle dans cette axiomatisation, les propositions mettant en jeu les relations « est un ingrédient », « est un élément » et « est une sous-ensemble » étaient équivalentes.

[74]Lesniewski fut le premier, dès 1916, à utiliser ce mode de « déduction naturelle » qui fut ensuite systématisé par Stanislaw Jaskowski « On the Rules of Supposition in Formal Logic », *Studia Logica*, 1, 1934, pp. 5-32, rééd. in McCall, *Polish Logic 1920-1939*, pp.232-58 et Gerhard Gentzen « Untersuchungen über das logische Schließen », *Mathematische Zeitschrift*, 39, 1934, pp. 176-210 & 405-31.

assurent notamment le caractère réflexif, non symétrique et transitif de la relation fondamentale « est un ingrédient ».

Un tel système déductif s'avéra consistant mais pas complet.[75] Les améliorations ultérieures qui furent apportées eurent trait à la simplification de l'axiomatique.[76] Reprenant les recherches de A. Grzegorczyk, Sobocinski proposa en 1948 un unique axiome admettant le foncteur « élément de » pour seul terme primitif.[77] En 1954, Czeslaw Lejewski inventa d'autres axiomes uniques faisant intervenir les foncteurs « classe », ou « extérieur à », ou « recouvre » [*overlap*], etc.[78]

3. L'ONTOLOGIE

Convaincu que l'on pouvait lever les ambiguïtés interprétatives des *Principia Mathematica* et encouragé par Léon Chwistek, Lesniewski entreprit à partir de 1920 de traduire sa Méréologie dans un nouveau langage symbolique (pp.101-102). Il n'en devint pas pour autant formaliste. Son adoption d'un symbolisme inspiré des *Principia* ne signifiait en rien l'abandon de sa conception « intuitionniste ». Les symboles ne devaient servir qu'à traduire plus simplement et de façon univoque une analyse sémantique qui, de son aveu même, se fondait « sur “le sens du langage“ et sur la transmission, à plus d'un égard multiforme, de la “logique traditionnelle“ » (p.103) en ce qui concerne notamment la catégorisation des propositions en singulières, particulières et universelles. Plus précisément, Lesniewski réserve au traitement symbolique des *propositions singulières* un sort tout à fait particulier. On aura noté que, traitant de la partition des objets, la Méréologie faisait grand usage de propositions du genre : « *P* est un objet », « L'objet *P* est une partie de …», « *P* est la classe des … » etc. Il importait donc de formaliser l'usage du « est » [*jest*]. Sans hésiter Lesniewski emprunta à Peano son symbole « ε » . Mais il était manifeste qu'il ne pouvait en aucun cas retenir le sens « ensembliste » de l'appartenance. Symboliquement transcrites en « A ε *b* », les propositions singulières requéraient une interprétation spécifique. Lesniewski construisit cette interprétation en formulant une série de 13 thèses censées exprimer informellement la signification intuitive complexe du nouvel opérateur (pp.104-5). La treizième thèse, synthétisant toute la démarche, s'énonçait ainsi :

« *A* est *a* si et seulement ((pour certain *B*, (*B* est *A*)), (pour tous *B* et *C*, si *B* est *A*, et *C* est *A*, alors *B* est *C*) et (pour tout *B*, si *B* est *A*, alors *B* est *a*) » (p.105). Ce qui symboliquement se traduisait par :

$$[Aa]\,[\,A\ \varepsilon\, a\ \equiv (\,[\ \ B]\,[B\ \varepsilon\, A]\ .[BC]\,[(\,B\,\varepsilon\ A\,.\,C\ \varepsilon\,\mathrm{A}\,)\quad (B\ \varepsilon\, C)\,]\,.\,[B]\,[\,(B\,\varepsilon\, A\,)\quad (\,B\,\varepsilon\,\mathrm{a})]\,)\,]$$ [79]

[75] La preuve de consistance établie par Lesniewski en recourant à une interprétation dans la théorie des nombres réels ne fut pas publiée. Robert E. Clay l'a reconstituée, cf. *Doctoral Thesis in Mathematics at the University of Notre-Dame*, 1961, ch. 2 et son article « The Consistency of Lesniewski's Mereology Relative to the Real Number System », *Journal of Symbolic Logic*, 33, 1968, pp 251-57.

[76] Lesniewski reprit lui-même son axiomatique en 1918, 1920 et 1921, on en trouve l'exposé dans les chapitres – non traduits – VI, VII, et X de *O podstawash matematyki*. Pour un aperçu de ses systèmes, cf. Denis Miéville, o*p. cit*., pp. 435-442.

[77] « L'analyse de l'antinomie russellienne par Lesniewski », *Methodos*, Milano, 1, 1949, pp. 94-107, 220-228, 308-316. & II, 1950, pp. 237-257. Cf. aussi « Studies in Lesniewski's Mereology », *Polskie towarzystwo naukowe na obczyznie*, 5, 1954, p. 38.

[78] « A Contribution to Lesniewski Mereology », *Polskie towarzystwo naukowe na obczyznie*, 5, 1954, pp. 43-4.

[79] Cf. p. 105. En 1929, Lesniewski proposa une forme plus simple : [A*a*][(A ε *a*) = [B] [(A ε B . (B ε *a*)]], cf. « Über die Grundlagen der Ontologie », *Comptes rendus des séances de la société des sciences et des lettres de Varsovie*, III, 23, 1930, p. 131.

Lesniewski découvrit alors qu'en prenant ε pour unique opérateur primitif et cette thèse comme *unique axiome*, il pouvait développer un calcul fidèle à ses intuitions premières. Calcul qu'il résolut d'appeler « Ontologie » puisqu'il n'avait d'autre fin que de formaliser le « est » des propositions singulières. Une telle dénomination peut être trompeuse si on l'interprète en termes de « science de l'être en tant qu'être ». Bien que Lesniewski ne rejette pas ce parrainage aristotélicien, il faut concevoir l'Ontologie comme un calcul qui, enté sur la Protothétique, développe une théorie des noms jouant un rôle analogue au calcul des prédicats standard.

3. 1. Une théorie des noms

A la catégorie de proposition de la Protothétique, l'Ontologie adjoint une catégorie nouvelle de nom (N). *A*, *B*, *C*…, *a*, *b*, … sont au même titre des noms, syntaxiquement interchangeables. *A titre purement heuristique*, Lesniewski convient de noter par des majuscules les noms individuels et par des minuscules les noms généraux. Reste alors à comprendre la signification de l'unique axiome. Il l'explique en reprenant de longs passages de son ami Kotarbinski, l'un des premiers à avoir écrit sur l'Ontologie jusqu'alors connue par la seule tradition orale des cours et séminaires.[80] Kotarbinski dissipe toute ambiguïté en disqualifiant l'interprétation existentielle du « est » telle que, par exemple, elle s'impose dans « Dieu est »,[81] temporelle telle qu'elle intervient dans « La Pologne est indépendante » ou générique dans « L'homme est un mammifère ».[82] Ceci confirme le fait bien connu d'un usage polysémique du mot « est » dans le langage courant. Par opposition, le sens requis par l'axiome doit être strictement restreint. Kotarbinski propose pour exemple de l'usage « fondamental » de « A ε a » l'énoncé « Uranus est une planète » : « Ici le mot “est“ remplit un rôle élémentaire, rôle de copule atemporelle placée entre deux noms, l'un à gauche, l'autre à droite ». (p.110). Appliquant l'axiome à cet exemple, on obtient :

Uranus est une planète ≡

1° – Il existe un *B* qui est Uranus,

2° – Pour tout objet *B* et *C*, si *B* est Uranus et *C* est Uranus alors *B* est *C*,

3° – Pour tout *B*, si *B* est Uranus alors *B* est une planète.

Ainsi le sens de *A* dans « *A* ε *a* » se résout-il en la conjonction 1° d'une assertion d'existence, 2° d'une assertion d'unicité, 3° d'une qualification particulière. Point n'est besoin d'être grand clerc pour reconnaître ici la fameuse analyse russellienne des descriptions définies.[83] Il est manifeste que

[80] Tadeusz Kotarbinski, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk* [Elements de théorie de la connaissance, de logique formelle et de méthodologie des sciences], Lwow, 1929, trad. ang. par O.Wojtasiewicz, *Gnosiology,* Oxford, Pergamon Press, 1966.

[81] On notera que l'axiome vaut même si on a affaire à des noms vides, chaque membre de l'équivalence est alors faux. Nous montrerons que l'Ontologie est ontologiquement neutre, cf. *infra*, 3.2.

[82] « En réalité, elle n'est qu'une abréviation de l'expression “Tout ce qui est homme est mammifère”, en symboles convenus “∏X(X est homme X est mammifère)” dont l'abréviation normalement recommandée est la proposition “Tout homme est un mammifère”, c'est-à-dire une proposition universelle faible et non pas singulière », p. 110.

[83] La thèse 13 (p. 105) est explicitement suivie d'une note renvoyant à l'exposé de cette théorie dans IMP (1919) de Russell.

l'unique axiome de l'Ontologie lesniewskienne est déductivement équivalent à l'analyse des propositions mettant en jeu des descriptions définies dans les *Principia*.[84]

On conçoit qu'à la différence de l'appartenance, l'opérateur lesniewskien exprime une relation hautement complexe qui lie un nom singulier à un nom général comme dans le cas précédent, ou deux noms singuliers A ε B comme dans l'autre cas proposé par Kotarbinski : « Jean III Sobieski est le sauveur de Vienne » (p.109) ce qui correspond à l'exemple russellien : « Scott est l'auteur de *Waverley* ».[85] On pourrait conclure de tout cela qu'il n'existe entre Russell et Lesniewski qu'une différence stratégique : alors que la théorie russellienne des symboles incomplets – qui conditionne la réalisation du projet logiciste – consiste à définir contextuellement les descriptions définies de façon à les réduire logiquement à des opérateurs plus simples (essentiellement, la conjonction, l'identité, la quantification et la fonction propositionnelle), Lesniewski choisirait au contraire pour point de départ la relation complexe mise en jeu dans les jugements comprenant au moins une description définie. En fait, les choses sont plus complexes. Sans pouvoir approfondir ici ce point, notons simplement deux différences majeures :

1° On a rappelé que, même s'il se convertit en 1920 à la formalisation, Lesniewski puise ses intuitions inaugurales dans la langue naturelle, en l'occurrence le polonais. Or, il se trouve justement que cette langue, à l'instar du latin, ne possède pas d'articles.[86] On sait que toute la théorie russellienne des descriptions se fonde sur le clivage entre des définitions *définies* du type « Le tel-et-tel » qui requièrent une construction spécifique et des descriptions *indéfinies* du type « Un tel-et-tel » ou« Les tels-et-tels » directement réductibles à la quantification. Le fait qu'en polonais la distinction nom individuel/nom général ne soit pas grammaticalement marquée n'est pas étranger à l'admission dans l'Ontologie d'une unique catégorie de noms et d'un opérateur primitif complexe[87].

2°A cela s'ajoute que l'intuition lesniewskienne demeure explicitement et délibérément aristotélicienne.[88] C'est particulièrement net puisque le symbole « ε » traduit un usage de la *copule* que l'on pourrait qualifier de singulier. Dans « A ε a », « A » vaut comme *sujet* et « a » comme *prédicat*.[89] En d'autres termes, le schéma prédicatif traditionnel ne disparaît pas alors que l'on sait que Frege, en une genèse mathématique, et Russell, en une genèse grammaticale, sont parvenus à un même schéma fonctionnel d'analyse qui disqualifie la copule en la réduisant à l'élément relationnel du « prédicat ». Par exemple, chez Russell, « Socrate est humain » s'analyse en un sujet « Socrate » et en

[84]*14.01 $\psi\{(1x)(\varphi x)\} =_{Df} (\ y)[(x)(\varphi x \ \equiv x = y) . \psi y]$ PM p. 173 (nous modernisons le symbolisme). Henryk Hiz a démontré que l'on pouvait déduire – aux différences catégorielles près – de cette définition l'axiome lesniewskien, cf. « Descriptions in Russell's Theory and in Ontology », *Studia Logica*, n°36, 1977, pp. 271-283.

[85] Cf. « On Denoting », (1905) rééd. in *Logic and Knowledge*, p. 50.

[86]Jerzy Slupecki note que le latin « est » –comme le polonais « jest » – admet les trois usages : « Socrates est homo », « Canis est animal », « Socrates est coniunx Xantippae », « S.Lesniewski's Calculus of Names », in *Studia Logica*, III, 1971, p. 13 n*.

[87]C. Lejewski exprime bien cette complexité en traduisant « ε » par « est-ou-est-un » et en précisant qu' « il ressemble, par certains aspects, à l'arithmétique “ ≤ “ plutôt qu'à l'arithmétique “ < “ »., « Logic and non Existence » in *Grazer Philosophische Studien*, 25/26, 1985/86, p. 212.

[88]P.107, Lesniewski cite Kotarbinski qui écrit : « [Le système de calcul des noms] est lié de la manière la plus cohérente à la logique formelle traditionnelle d'Aristote, dont il présente une amélioration et un élargissement bien qu'il constitue par un autre côté le point d'arrivée des tentatives de construction du calcul des noms de la logistique ».

[89]Pour une définition technique, cf. Denis Miéville, *op. cit*., p. 294-5.

un prédicat « est humain », ce qui donne la proposition singulière $H(s)$ d'où disparaît la copule.[90] On comprend ainsi pourquoi Lesniewski peut revendiquer le parrainage d'Aristote pour son Ontologie.

Il en résulte qu'on ne saurait assimiler purement et simplement cette Ontologie au moderne calcul des prédicats. Pour Kotarbinski, c'est « le système de calcul des noms le plus mûr, le plus naturel et le plus pratique de tous les systèmes qui nous sont connus » (p.107). On pourrait discuter son « naturel », le naturel n'étant ici – comme bien souvent – que l'inscription de la tradition. Mais la question est de savoir si effectivement l'Ontologie fournit un calcul plus souple, moins contraignant – notamment du point de vue ontologique ! – et plus fécond que le calcul fonctionnel standard. Pour esquisser le débat, nous proposons simplement d'indiquer quelques-unes des distinctions fournies par cette Ontologie, ce qui permettra de mieux saisir son pouvoir analytique et d'entrevoir ses domaines d'application.[91]

3.2 Un calcul ontologiquement neutre

Capital dans l'Ontologie est le concept d'objet. Il est introduit par la définition équivalentielle suivante : $[A][A \varepsilon \mathrm{V} \equiv A \varepsilon A]$. A y apparaît comme *nom d'objet* et V comme *nom universel.* A l'inverse la définition : $[A][A \varepsilon \wedge \equiv A \varepsilon A \,.\, \neg(A \varepsilon A)]$ introduit, au moyen d'une construction contradictoire, « rien » comme *nom vide.*[92]

Techniquement, ces symboles V et $\wedge$ jouent un rôle analogue aux symboles correspondants de classe universelle (*24.01) et nulle (*24.02) dans les *Principia,* à ceci près que l'Ontologie ne reconnaît aucune classe. Noms individuels et généraux peuvent – éventuellement – dénoter des objets mais il n'existe aucun objet qui serait la classe composée de l'ensemble des objets auxquels pourrait s'appliquer le nom général.[93] L'Ontologie est conforme à la position nominaliste toujours défendue par Lesniewski : les seuls objets *éventuellement* existants sont des individus ; universaux et classes n'ayant aucune espèce de réalité.[94] Si les noms vides sont *a priori* disqualifiés, les noms individuels et généraux sont des inscriptions qui valent comme noms, c'est-à-dire permettent de parler d'objets et, à ce titre, peuvent dénoter un unique (ou plusieurs) objet(s) concret(s).

Comment alors concevoir la relation des mots aux choses, des noms aux objets ? Logiquement, cette question est celle de l'interprétation de la quantification. Or, à cet égard, l'Ontologie n'innove pas par rapport à la Protothétique. Dans ce premier calcul, la quantification universelle met en jeu exclusivement des séquences d'inscriptions et non les objets idéaux que seraient les propositions. Il en

---

[90]Pour un aperçu sur la novation introduite par l'analyse fonctionnelle, cf. notre ouvrage cité, § 7, pp. 29-32.

[91]Pour une présentation détaillée de l'Ontologie, on consultera l'article de C. Lejewski :« On Lesniewski's Ontology », *Ratio*, (Oxford) 1, 1958, pp. 150-176 et Denis Miéville, *op. cit*. pp. 265-373.

[92]Chez Russell, les noms de *ficta* et *impossibilia* sont vides et toute proposition singulière les contenant est fausse, cf. « On Denoting », p.54. Il en va de même chez Lesniewski. J.Slupecki propose d'interpréter en *suppositio materialis* les énoncés fictionnels pour les rendre vrais, cf. *art. cit*. p. 16.

[93]John T. Kearns note pertinemment, *in* « The Contribution of Lesniewski », *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. VIII, N°1 & 2, April 1967, p. 84, que s'il n'y a pas de classe distributive, il y a bien une prédication distributive.

[94]A la note 6 du ch. II (pp.118-9), Lesniewski rappelle qu'il proposa dès 1913, dans « Krytyka logicznej zasady wylaczonego srodka » [Critique logique du tiers exclu], *Przeglad Filozoficzny*, 16, 1913, 315-352, une critique des « objets généraux » mais qu'il admettait alors les propriétés et relations comme « genres particuliers d'objets ». Il précise qu'il a depuis abandonné cette croyance et propose une preuve de la non-existence de « tout genre d'“ universaux“ ».

va exactement de même pour les quantificateurs[95] de l'Ontologie : ils portent exclusivement sur les noms conçus comme *inscriptions.* «   *a* f(*a*) » traduit l'expression informelle initiale : « compte tenu d'une certaine signification du mot “ *a*“ » (p.50). En d'autres termes, l'interprétation des quantificateurs est ici non objectuelle en ce qu'elle imposerait de substituer aux variables des noms d'objets mais proprement *substitutionnelle* en ce que les valeurs des variables sont exclusivement des *noms* intervenant en tant que pures inscriptions.[96]

Ainsi les dénominations d ‘« Ontologie » ou même de « Calcul des noms » ne doivent-elles pas faire illusion. La logique n'a pas pour but de dire ce qui est [*What there is*], d'énoncer des vérités sur le monde réel, mais de fournir les règles et lois d'usage des noms comme moyens de parler de ce qui, *éventuellement*, se trouve être. L'attribution effective d'existence ne relève ni, comme chez Russell, de l'irréductibilité des symboles authentiquement référentiels, ni, comme chez Quine, de l'usage du quantificateur comme ultime mode de référence. Elle est de nature extra-logique : « La problématique de l'ontologie de Lesniewski ne concerne pas “le monde des objets“ mais bien la façon d'en parler. Elle est ontologiquement neutre, elle ne présuppose rien sur l'univers ; elle n'attribue aucun statut particulier d'existence aux objets qui pourraient la constituer ».[97]

Telle quelle, l'ontologie de Lesniewski n'exige aucun engagement particulier ni sur des propriétés universelles ou des classes (nominalisme) ni même sur des objets singuliers (substitutionnalisme). Les seuls engagements requis se font *a posteriori* ou en fonction d'interprétations sémantiques spécifiques.[98]

Notons, pour clore cet aperçu sur l'Ontologie, que sa souplesse autorise deux applications remarquables :

1°- On ne sera pas surpris, après ce que nous avons dit de sa convergence avec le schéma aristotélicien d'analyse, que l'Ontologie permette une formalisation de la syllogistique traditionnelle. Il est en effet aisé d'y traduire les quatre formes propositionnelles :

les propositions en **A**, universelles affirmatives, s'obtiennent en définissant une *quantification forte* qui présuppose l'existence du sujet :

$[ab][\ (a \ \mathbb{C}\ b) \equiv [\ \ A][A \,\varepsilon\, a\ ]\ .\ [A][(A \,\varepsilon\ a) \quad (A \,\varepsilon\, b)],$[99]

quant aux proposition particulières affirmatives en **I**, elle se définissent ainsi :

---

[95]La quantification existentielle – que Lesniewski préfère pertinemment appeler « particulière » – est introduite sous forme abréviative : l'expression « ¬[A]¬… » s'écrivant «   A…». Sur l'absence de définition de ce quantificateur, cf. Denis Miéville, *op. cit*. pp 281-2.

[96]L'interprétation objectuelle des quantificateurs est défendue par Quine, l'interprétation substitutionnelle par Ruth Barcan-Marcus, cf. D. Vernant, *Introduction à la philosophie de la logique*, Mardaga, Bruxelles, 1986, § 35, pp.112-115.

[97]Denis Miéville, *op. cit.* p. 269, cf. aussi pp. 339-355. Pour traiter proprement de l'existence, Lesniewski introduit trois opérateurs spécifiques : « ex(*A*) » : « il existe au moins un *A* » (qui correspond ici à «   *A* »), « sol(*A*) » : « il existe au plus un *A* » ; « ob(*A*) » : « il existe un seul *A* ». Pour une confrontation éclairante de cette stratégie avec la doctrine quinéenne, cf. C.Lejewski : « Logic and Existence » in *Lesniewski's Systems Ontology and Mereology*, J.T.J. Srzednicki and others, Nijhoff Publishers, The Hague, 1984, pp. 45-58, cf. aussi Peter Simons : « Lesniewski and ontological commitment », in *Lesniewski aujourd'hui*, Recherches sur la philosophie & le langage, n°16.

[98]Cf. Miéville, *ibidem*, pp.364-373, qui tente une formalisation de la sémantique de l'Ontologie.

[99]S'exprimant par le mot « chaque », cette quantification forte s'oppose à la quantification faible qui, s'exprimant par le mot « tous les » – $[A][(A\ \varepsilon\ a) \quad (A\ \varepsilon\ b)]$, n'impose aucun engagement existentiel et vaut pour des expressions qui, éventuellement, sont des noms vides. Le calcul fonctionnel standard n'introduit pas de symbole spécifique pour « chaque » mais on peut là aussi traduire les universelles fortes en explicitant l'engagement existentiel. On aura par exemple :   *x*F*x* . (*x*)(F*x*   G*x*) .

$[ab][(a \ \Delta b) \equiv [\ \ A][A \varepsilon a . A \varepsilon b]\ ]$,

en recourant à la négation, on obtient aisément la proposition universelle négative **E** :

$[ab][(a \quad b) \equiv [A][A \ \varepsilon a \quad \sim(A \varepsilon \ b)]$,

et la particulière négative **O** : $[ab][\ (a \quad b) \equiv [\ \ \mathrm{A}] \quad [A \ \varepsilon a \ . \ \sim(A \varepsilon \ b)]\ ]$. [100]

2° – Mais surtout l'ontologie autorise la définition des opérateurs du calcul standard des classes et, partant, permet une traduction logique de la théorie des nombres. Par exemple, l'équinuméricité de *a* et *b* – relation fondamentale intervenant dans la définition des nombres, notée « ∞ » – se définit ainsi :

$[ab][(a \infty b) \equiv [\ \ \varphi][<\text{-}^{->} (\varphi) . [A][A \varepsilon \ a \equiv [\ \ B][\varphi(ab) . B \varepsilon b] . [A][A \varepsilon b \ \equiv [\ \ B][\varphi(BA) . B \ \varepsilon a]]]$

où le symbole $<\text{-}^{->} (\varphi)$ est celui d'un foncteur bijectif lui-même définissable.[101]

L'Ontologie s'avère donc tout aussi puissante que le calcul fonctionnel des *Principia Mathematica*. Elle peut rendre compte des mathématiques sans, comme le fait Russell, développer une « no-class theory » qui introduit des symboles de classes en même temps qu'elle les disqualifie comme « symboles incomplets ». Si les *Principia* définissent les classes comme de « simples façons de parler », l'Ontologie n'en parle même pas !

Un lecteur attentif ne manquera toutefois pas de soulever une objection : en rendant compte des opérateurs logico-mathématiques, l'Ontologie n'est-elle pas soumise au paradoxe de Russell ? De fait, bien qu'elle récuse le concept de classe distributive, elle utilise ce qu'on peut appeler un « langage distributif » qui semble autoriser la construction tératologique russellienne. De l'écriture qui vise à définir *P* :

$[A]\ [(A \varepsilon P) \equiv \neg(A \varepsilon A)]$,

on peut déduire la contradiction classique :

$(P \varepsilon P) \equiv \neg(P \varepsilon P)$

Toutefois, l'écriture de la première formule n'est pas conforme à la directive de définition ontologique[102] qui stipule expressément que le terme à définir *P* doit figurer comme prédicat dans le *définiens* – ce qui est le cas – et que le sujet de la proposition singulière constituant le *definiendum* doit se retrouver comme sujet dans le *definiens*[103] – ce qui n'est pas le cas puisque le premier terme du *definiens* n'est pas *A* mais la négation. Il en résulte que si le *definiendum* prend bien comme sujet le nom *A* et lui attribue le prédicat *P*, le *definiens,* commençant par une négation, signifie que *A* n'est pas un nom d'objet (soit *A* n'existe pas ou n'est pas unique). La seule forme acceptable du *definiens* est donc : « $(A \ \varepsilon A) . \neg(A \varepsilon A)$ » où *A* apparaît bien comme sujet du premier des termes conjoints. Ce *definiens* revient simplement à affirmer qu'il est contradictoire que quelque chose soit rien, c'est-à-dire qu'*un objet* ne soit pas un objet. Ainsi la directive de définition ontologique, qui a pour fin de s'assurer que le *definiendum* n'a pas une force supérieure au *definiens,* écarte toute construction tératologique. La contradiction russellienne peut être évitée sans recourir à une procédure *ad hoc.*

[100]Cf. D. Miéville, *op. cit.*, p. 292. Sur les limites d'une transcription des analyses aristotéliciennes en termes d'Ontologie ou de Méréologie, cf. Jules Vuillemin, *De la logique à la théologie, Cinq études sur Aristote,* Flammarion, Paris, 1967, pp. 57-8 & 123-4.

[101]Cf. D. Miéville, *op. cit.*, p. 313.

[102]Pour une formulation précise, cf. D.Miéville, *op. cit*. pp. 296-7.

[103]Cf. J. Slupecki, *art. cit*. p. 23.

Notons pour finir que la consistance de l'Ontologie peut s'établir relativement à celle de la Protothétique car la substitution aux variables nominales de variables propositionnelles et à l'opérateur « ε » de la conjonction transforme l'unique axiome de l'Ontologie en un simple théorème de la Protothétique.[104]

4 CONCLUSION

Par delà la formalisation de la syllogistique traditionnelle, de l'Arithmétique et de l'Analyse, la logique de Lesniewski se distingue par sa capacité à traiter adéquatement des problèmes d'application de la logique et de la mathématique pures. Un exemple en est donné dans *Sur les fondements…,* avec l'annexe au chapitre II qui opère la critique de la théorie des événements de Whitehead (pp. 67-74). On rappellera aussi à cet égard que Tarski recourut dès 1929 à la Méréologie pour élaborer l'axiomatique d'une géométrie des solides.[105] De même la stratégie de « constitution » de Nelson Goodman repose sur un « calcul des individus » hérité de la Méréologie.[106]

L'œuvre de Stanislaw Lesniewski appartient à l'histoire glorieuse de l'école logique de Varsovie mais, en même temps, elle demeure un outil fécond pour les théoriciens de la logique, linguistique, informatique,…, et elle constitue un apport original pour la réflexion philosophique contemporaine. La traduction, fidèle et précise, de M. Kalinowski permettra enfin au lecteur français d'en prendre directement connaissance.

[104]Cette procédure fut initialement proposée par M. Kruszewski mais, non publiée, elle fut reconstituée par C.Lejewski *in* « Consistency of Lesniewski Mereology », in *Lesniewski's Systems…, op. cit.*, 1984, pp. 234-7.

[105] « Les fondements de la géométrie des corps », in Supplément aux *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, Krakow, 1929, 29-33, rééd. in *Logique, sémantique, métamathématique*, *op. cit.*, pp. 29-34.

[106]*The Structure of Appearance*, Harvard U.P., 1951.